La tesi di Subhask Kak

Non conoscevo l'autore né tanto meno il suo scritto. Cercando notizie in rete ho trovato il passo seguente:

> *In February 2007 a Louisiana State University (LSU) press release asserted that Kak had "resolved the twin paradox". The actual paper states that the twin paradox has "various 'resolutions' that are not in consonance with each other", while in state-of-the-art physics, there is nothing unresolved about the so-called twin paradox, rendering any claim to have "resolved" it meaningless.*

L'ho riportato nelle versione originale, limitandomi a sopprimere i richiami bibliografici, perché non possano sorgere dubbi sul testo, che ripropongo nella mia traduzione:

> *Nel febbraio 2007 un comunicato stampa dell'Università di stato della Louisiana (LSU) asseriva che Kak aveva "risolto il paradosso dei gemelli". Quello che l'articolo di fatto affermava era che il paradosso dei gemelli ha "varie soluzioni non in consonanza l'una con l'altra", mentre nella fisica corrente non c'è niente di irrisolto circa il cosiddetto paradosso dei gemelli, cosa che rende priva di senso ogni dichiarazione di averlo "risolto".*

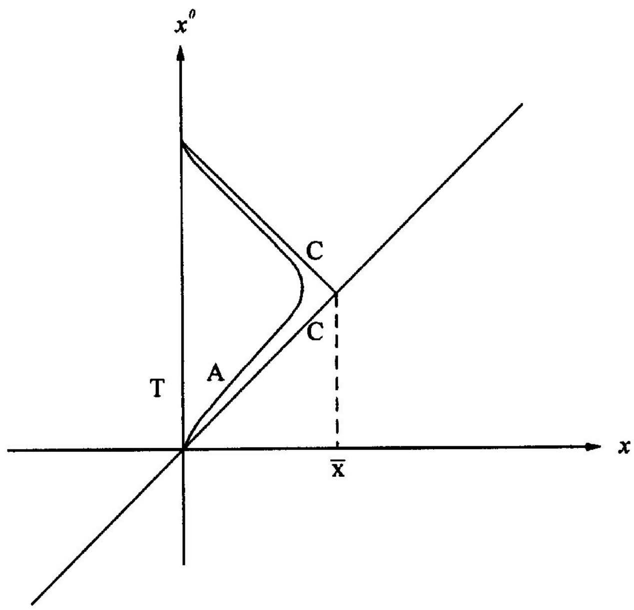
Sottoscrivo ogni parola, e passo a motivarne le ragioni. "Paradosso dei gemelli": di che si tratta? Per tradizione, la situazione prospettata è questa: uno di due gemelli parte da una stazione spaziale e si fa un bel viaggio, meglio se mediamente ad alte velocità, e l'altro lo aspetta a terra. Al ritorno, secondo la teoria, il gemello viaggiatore risulterà più giovane – di quanto dipende dal tempo che è stato via e a che velocità ha viaggiato – di quello rimasto a terra. La teoria in gioco è qui quella che chiamiamo relatività ristretta, e che, per quanto riguarda il caso in esame non è nient'altro che la cinematica che oggi riconosciamo come valida.
Prima di illustrare in qualche dettaglio uno sfondo adeguato per una trattazione corretta, esaminiamo brevemente un'obiezione tradizionale. Ma come, si dice, non si tratta di una teoria che dice che tutto è relativo? Più specificamente, e in termini un po' più seri: quello che appare essere in gioco qui è l'effetto di dilatazione delle durate, o equivalentemente, se ci si pensa un momento, di rallentamento del ritmo di marcia di orologi in moto – anche di orologi biologici – che secondo la teoria (e gli esperimenti) un osservatore riscontra rispetto a orologi sincronizzati in quiete nel suo sistema di riferimento. (Una breve parentesi: gli esperimenti cui si allude sono quelli in cui si controlla – e si verifica puntualmente – che le vite medie di particelle instabili in volo sono dilatate rispetto a quelle riscontrate per le stesse particelle a riposo). Ma allora – si dice – se il gemello che resta a terra dovrebbe riscontrare un rallentamento dell'orologio biologico (o del processo

d'invecchiamento) del gemello viaggiatore, non dovrebbe quest'ultimo riscontrare analogamente un rallentamento dell'orologio biologico (o del processo d'invecchiamento) del gemello rimasto a terra? Perché – così corre l'obiezione – la relatività ci dice (tutto è appunto relativo) che ci deve essere perfetta reciprocità fra le osservazioni fatte dai due. Ma se è così la teoria ci porta invero ad un paradosso logico, del tipo A<B e al tempo stesso B<A.
Quello che qui si dimentica è che quella reciprocità vale solo finché i due osservatori (sistemi di riferimento) permangono in uno stato di moto relativo rettilineo e uniforme; e qui ovviamente non è così, visto che i due gemelli sono inizialmente nello stesso sistema di riferimento, dopo di che uno dei due si pone in movimento rispetto ad esso, subendo quindi un'accelerazione iniziale, alla quale altre (decelerazioni) dovranno seguire se si vuole che egli faccia ritorno alla base. Non solo quindi non è soddisfatta la condizione formale primaria che i due sistemi *permangano* in uno stato di moto rettilineo uniforme, ma le accelerazioni che deve necessariamente subire il gemello viaggiante introducono una squilibrio, una non equivalenza, fra i sistemi di riferimento associati ai due gemelli.
Detto ciò, si rende necessario individuare in modo puntuale il terreno corretto sul quale si costruisce la predizione della teoria nel caso specifico. Ricordo che, accanto all'effetto di dilatazione delle durate, la teoria prevede anche un effetto di contrazione delle lunghezze. Le due cose, messe insieme, fanno sì che vi sia una quantità che non varia cambiando sistema di riferimento, il cui valore è cioè numericamente lo stesso che si compiano le misure nell'uno o nell'altro di due sistemi inerziali in moto relativo rettilineo uniforme. Si tratta della quantità

$$c^2\Delta t^2 - \Delta x^2 - \Delta y^2 - \Delta z^2 ,$$

dove *c* indica il valore della velocità della luce nel vuoto, che mette insieme, per così dire, l'intervallo temporale Δt Δt – che l'osservatore in quiete in S', poniamo, vede dilatato rispetto allo stesso misurato dall'osservatore in quiete in S – e l'intervallo spaziale $\Delta l = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2}$, che lo stesso osservatore vedrà invece contratto. Questa invarianza ricorda l'invarianza della lunghezza di un vettore per una rotazione della terna d'assi di riferimento: in quel caso cambiano le componenti, che non sono che le proiezioni sugli assi, ma – naturalmente, diremmo – resta inalterata la lunghezza Δl del vettore. Nel nostro caso è come se avessimo a che fare con un vettore a quattro componenti, tre spaziali e una temporale, anche se dimensionalmente è anch'essa spaziale, visto che il Δt è moltiplicato per una velocità : le componenti cambiano cambiando sistema di riferimento, ma *una sorta di* modulo del vettore resta inalterato. Dico "una sorta di" perché il quadrato della "lunghezza" del vettore non si ottiene come una semplice somma, posto che il quadrato della sua componente spaziale va sottratto da quello della sua componente temporale. Questi vettori a quattro componenti sono associati ad uno spazio quadridimensionale – in realtà uno spazio-tempo, lo spazio-tempo di

Minkowski – la cui geometria non è più euclidea, ma, come la si chiama solitamente, pseudo-euclidea. La figura che segue ci servirà a illustrarne le curiose proprietà per poi applicarle al caso che ci interessa.



Nella figura, l'ordinata x^0 del diagramma vale ct; la retta inclinata a 45^o sull'orizzontale, bisettrice dei quadranti dispari, è allora rappresentata dalla $x = ct$, e quindi descrive il moto di un segnale luminoso che passa per l'ascissa dell'origine all'istante $t = 0$. Guardiamo allora al triangolo rettangolo che ha per cateti il segmento verticale tratteggiato e il segmento dell'asse x che va dall'origine al punto di coordinata $\overline{x}$; indichiamo con Δx la sua lunghezza e con
$c\Delta t$ la lunghezza del segmento tratteggiato. In geometria euclidea l'ipotenusa deve allora valere $\sqrt{c^2\Delta t^2 + \Delta x^2}$; ma non è così nella nostra geometria, visto che in essa la lunghezza del segmento in questione è $\Delta s = \sqrt{c^2\Delta t^2 - \Delta x^2}$: una curiosa geometria, quella pseudo-euclidea! Anche perché, posto che si tratta di un segmento della retta di equazione $x = ct$, si ha $\Delta x = c\Delta t$ e quindi $\Delta s = 0$.

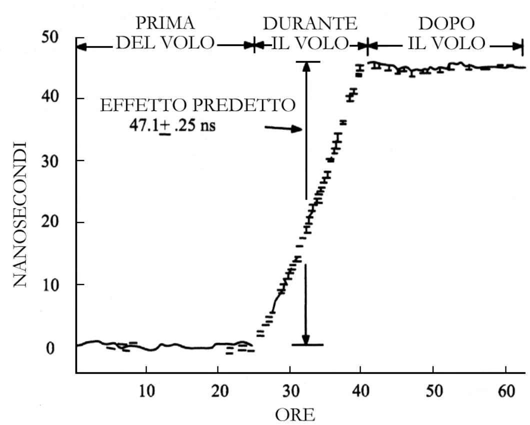
Ma questa è sono una premessa alla discussione dell'effetto in studio, premessa che, come vedremo, riceverà lì un suo ruolo specifico. Torniamo alla figura. In essa sono schematicamente presentate le "traiettorie" percorse dei due gemelli nello spazio-tempo: il termine è fra virgolette perché non si tratta propriamente di traiettorie, termine che indica percorsi nello spazio; meglio i termine in uso *linee d'universo*. La linea d'universo di un oggetto – o persona – fermo nel sistema di riferimento è una parallela all'asse delle coordinate: infatti il valore della sua coordinata spaziale, l'ascissa, non cambia, ma il tempo scorre per esso anche se per l'appunto sta fermo. L'asse x^0 è allora la linea d'universo del gemello che resta a terra. Egli percorrerà il tratto di quest'asse, indicato in figura con T, che va dall'origine, dove ipotizziamo sia il centro spaziale, al punto il cui il secondo segmento indicato con C interseca l'asse stesso: il tratto curvilineo che congiunge gli stessi due punti, indicato in figura con A, è infatti un possibile percorso per il gemello viaggiatore. Non molto realistico, certo, perché, supponendo l'asse x diretto lungo la verticale, egli sarebbe sparato verso l'alto (*x* crescenti nel primo tratto), per poi invertire il senso di marcia e ritornare verso terra, il tutto a velocità costante salvo per le fasi di accelerazione, iniziale, intermedia in corrispondenza all'inversione del senso di marcia, e finale (decelerazione) per poter atterrare sano e salvo; solo parzialmente realistico per quanto riguarda il valore di quelle velocità costanti: esse sono bensì minori di *c* (l'angolo che i tratti percorsi a quelle velocità formano con l'asse temporale è infatti minore di quello formato con esso dalla retta-luce), come a quanto pare deve essere la velocità di qualunque oggetto materiale, ma non di molto. Non molto realistico ma efficace per illustrare gli aspetti salienti. La prima cosa evidente dalla figura è che le "lunghezze" dei due percorsi sono diverse, così come sono diverse le lunghezze percorse da una macchina che segue un tratto di strada rettilineo e di un'altra che svicola su un percorso alternativo e poi torna sul rettifilo: l'effetto gemelli – chiamiamolo così perché non c'è più traccia di paradossi logici – deriva semplicemente dal fatto che essi passano da un punto all'altro dello spazio-tempo seguendo percorsi di "lunghezza" diversa; e questo è un dato obiettivo, sul quale concorderebbero il gemello viaggiatore e quello sedentario; nessuna (soggettiva) reciprocità come quella che vale per il generico effetto relativistico di dilatazione delle durate. Leggermente meno evidente è che le "lunghezze" dei tratti delle rispettive linee d'universo ***sono misurate come tempi*** dall'uno e dall'altro. Vediamo: per quanto riguarda il gemello che resta a terra il conto è presto fatto; la "lunghezza" del tratto da lui percorso durante il viaggio del fratello è la variazione complessivamente subita da x^0. Se la denotiamo con un Δs, e corrispondentemente denotiamo l'intervallo temporale con un Δt (questa volta non generici ma specifici), non essendoci per lui nessuna variazione della coordinata spaziale ($\Delta x = 0$), sarà $\Delta s = c\Delta t$. Quanto al gemello viaggiante, egli si trovera via via in sistemi di riferimento in stato di moto variabile rispetto al sistema inerziale di partenza. Ora, nel capitolo della fisica che chiamiamo relatività ristretta, nel passaggio da un sistema di riferimento ad un altro cambiano non solo le coordinate spaziali, ma anche quella temporale. Il gemello viaggiatore userà quindi coordinate *x'* e *t'* diverse da quelle usate dal gemello rimasto a terra (le relazioni fra esse e le coordinate senz'apice usate nel sistema di partenza varieranno poi al variare dello stato di moto relativo fra i due sistemi di riferimento, ma la cosa non è rilevante per giungere alla conclusione che ci interessa). Che si basa sull'ovvia osservazione che la coordinata *x'* che individua un qualunque oggetto rispetto al sistema di riferimento del veicolo spaziale non cambia a meno che non sia l'oggetto stesso a spostarsi all'interno del veicolo, cosa che supporremo non avvenga per quanto riguarda il viaggiatore. Ora, il Δs^2 si scriverà, in generale, in termini delle coordinate *x'* e *t'* come $\Delta s^2 = \sqrt{c^2 \Delta t'^2 - \Delta x'^2}$, che, per quanto appena detto, si ridurrà immediatamente alla $\Delta s = c\Delta t'$: anche il gemello che viaggia misurerà dunque, come si anticipava, la lunghezza del tratto percorso in termini temporali.

Una breve osservazione: l'orologio biologico dei due gemelli, come ogni altro orologio, marcerà secondo il tempo proprio dei sistemi di riferimento in cui si trovano. Tralascio, per ragioni di spazio, una disamina circostanziata di quanto sta dietro a questa asserzione, e mi limito a ricordare che, in generale, il ritmo di marcia di un orologio risente delle eventuali accelerazioni cui è soggetto: l'effetto in discussione è determinato, come si diceva, dalla diversa "lunghezza" delle linee d'universo seguite, e una variazione del ritmo di marcia dovuta alle accelerazioni interferirebbe con esso. Dovremo brevemente tornare su questo punto.

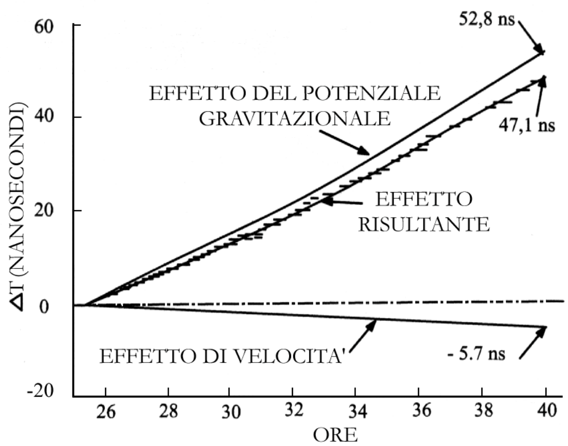
Ma torniamo al filo conduttore del discorso Si dirà, come si ricordava all'inizio, che secondo la teoria, è il gemello viaggiatore che deve risultare più giovane di quello rimasto a terra, e qui il tratto da lui percorso, misurato per l'appunto come tempo, appare più lungo, non più breve. Appare, ma non è. Vogliamo ricordare quanto si diceva sulla strana geometria dello spazio-tempo di Minkowski? Vogliamo ricordare quanto si diceva sulla "lunghezza" C dell'ipotenusa del triangolo rettangolo rappresentato in figura che ha per cateti il segmento verticale tratteggiato e il segmento dell'asse *x* che va dall'origine al punto di coordinata $\bar{x}$? Quella "lunghezza" è nulla ; ed altrettanto nulla è la "lunghezza" dell'altro tratto C. La linea d'universo formata dai due tratti C sarebbe il percorso che seguirebbe un fotone emesso verso l'alto dall'origine all'istante iniziale e riflesso verso terra da uno specchio posto alla quota $\bar{x}$: un fotone che si portasse appresso un orologio non ne vedrebbe spostarsi le lancette nel corso del viaggio. Ma qui non ci interessa tanto che – in più di un senso! – un fotone non ha bisogno di orologi, quanto considerare che ***le durate*** dei percorsi congiungenti il punto iniziale e quello finale vanno decrescendo, e non crescendo, quando si passa da quella letta sul suo orologio dal gemello terrestre e quella (non) letta dal fotone: quella del percorso del gemello viaggiante sarà intermedia fra le due, e dunque minore di quella riscontrata dal fratello.

Tutto a posto dunque? Non proprio, perché si ha il pieno diritto di dire: va bene, questo è quanto la teoria prevede in un modo che appare autoconsistente; ma le cose andranno poi realmente così? Si dovrebbe controllarlo sperimentalmente! Bene, lo si è fatto. Non con gemelli, ma con orologi atomici, e non sparando un razzo in direzione verticale, ma caricando uno di due orologi di questo tipo su un aereo, che fa un bel giro e torna alla base, dove lo aspetta l'altro; quello che si dovrà verificare è se l'orologio che ha viaggiato ha battuto, diciamo, meno colpi, e nella misura prevista, di quello rimasto a terra. L'uso di orologi atomici è indispensabile in queste contingenze perché, come anticipato, l'effetto dipende dalla velocità, e la velocità di un aereo è così bassa rispetto a quella della luce che l'ordine di grandezza previsto per l'effetto è dell'ordine del nanosecondo, cioè del miliardesimo di secondo. C'è poi un'ulteriore difficoltà, perché, nella sperimentazione effettiva, si deve tener conto di un altro effetto relativistico, un effetto di quota: è infatti una distinta predizione della teoria che il ritmo di marcia degli orologi varia con la quota alla quale si trovano in un campo gravitazionale; va aggiunto che l'effetto di quota è, in queste circostanze, più forte dell'effetto gemelli e che i due effetti sono di segno opposto, e quindi (parzialmente) si sottraggono. Un esperimento del genere sottopone quindi a delicata verifica due distinti effetti relativistici. A noi interessa in modo specifico la verifica del secondo.

Storicamente, il primo esperimento condotto allo scopo con esito positivo, fu compiuto dai fisici statunitensi J.C. Hafele e R.E. Keating nel 1972. Un secondo esperimento analogo fu portato a termine nel 1979 da un gruppo dell'Università del Maryland guidato da C.O. Alley. Le figure che riporto qui di seguito ne illustrano l'esito.



Nella prima sono riportate in funzione del tempo (misurato, quest'ultimo, con un qualsiasi orologio, anche da polso) le differenze fra i tempi marcati dall'orologio mobile e da quello fisso. Come si vede c'è un primo tratto, che dura circa una giornata, che mostra come i due orologi, a terra, marcino, entro il nanosecondo, allo stesso ritmo. Da ore 24 a circa ore 40 si svolge il volo. L'ultimo tratto mostra che, durante il volo, si è accumulato un complessivo anticipo dell'orologio che ha viaggiato di qualcosa come 45 nanosecondi; e che, dal momento del rientro alla base, i due orologi hanno ricominciato a marciare allo stesso ritmo. E il tratto intermedio? Ebbene, durante il viaggio il confronto è stato effettuato utilizzando segnali laser, spediti da terra all'aereo, registrati, ritrasmessi e raccolti dalla stazione a terra (come funzionasse il sistema è illustrato in un resoconto dell'esperimento pubblicato in un libro di accesso relativamente facile[1]). La seconda figura isola il periodo del volo, mostrando separatamente l'andamento teorico previsto per i due effetti (quello che ho chiamato effetto gemelli è qui chiamato effetto di velocità), e come la sottrazione di cui sopra porti ad una curva che bene interpola i dati sperimentali, dando conferma ad un tempo di ciascuno dei due effetti nella misura prevista.



Un'ultimissima nota: il ritmo di marcia di un orologio, si è detto, risente in generale delle accelerazioni cui è soggetto. Se ne è tenuto conto? La risposta, sembrerebbe, è negativa: della cosa non si è neppure parlato. Che il ritmo di marcia degli orologi atomici non risenta di accelazioni come quelle cui è soggetto un aereo in fase di decollo o di atteraggio è plausibile e d'altra parte potrebbe essere controllato indipendentemente. Basti qui dire che appare estremamente improbabile che una tale influenza ci sia e che l'accordo dei dati sperimentali con la teoria sia il risultato di una miracolosa parziale cancellazione fra l'effetto cercato e quello spurio.

Silvio Bergia
Dipartimento di Fisica, Università di Bologna

[1] Roman Sexl e Herbert K. Schmidt, *Spaziotempo*, Boringhieri, Torino 1980, p. 72 segg